



LA MECCANICA QUANTISTICA E IL RISCALDAMENTO GLOBALE

Il riscaldamento globale nasce dall'aumento della concentrazione di gas serra, in particolare del diossido di carbonio: molti si meravigliano di come poche centinaia di ppm di gas possano tanto. Ridiscutiamo qui la saturazione dell'assorbimento IR e, novità, il ruolo della risonanza di Fermi, che i chimici conoscono bene per il suo ruolo analitico. Sono vecchi fenomeni ma visti sotto una nuova luce.

Uno dei problemi legati alla divulgazione del tema climatico è la complessità dei fenomeni implicati nei vari processi, a fronte di un argomento, quello del clima, che apparentemente sembra facile e di immediata comprensione. Il sistema climatico è, invece, propriamente, **un sistema complesso**, dipendente da molte variabili legate da relazioni non lineari tra le diverse variabili che lo dominano a diverse scale spaziali e temporali e, dunque, con molte retroazioni, ossia con processi che causano e sono causati da altri, in un *loop* complesso da analizzare e molto difficile da spiegare.

A causa di questa complessità, per mostrare e dimostrare il riscaldamento globale, gli specialisti usano non soltanto singole formule, ma programmi di calcolo che modellano il sistema climatico nella sua interezza, con tutte le sue variabili e i suoi processi dinamici e termodinamici; la conseguenza di un tale approccio modellistico, che necessariamente semplifica e razionalizza le variabili in gioco, è la fiducia che è sempre necessaria nel momento in cui la spiegazione dei fenomeni diventa "mediata": la sfiducia diventa il contraltare, specie di quei colleghi, che casomai sono specialisti di altri settori e che non comprendono immediatamente l'approccio modellistico, non riescono a vederne tutti gli aspetti; a maggior ragione il grande pubblico che, a volte, ignora le basi di tali approcci, analizzati con precisione e supportati da calcoli numerici.

Il principale database per la determinazione dell'assorbimento dei gas serra in atmosfera (HITRAN) di-

scende anche dalle misure fatte dall'esercito americano al tempo del secondo conflitto mondiale insieme con **l'aviazione britannica** per capire come l'assorbimento infrarosso (IR) in alta atmosfera alterasse la determinazione dei bersagli. Tali dati sperimentali, sui quali è stata costruita la teoria dell'assorbimento, sono più complessi del già non banale uso della **legge di Lambert-Beer di cui abbiamo discusso in passato** (un commento dettagliato si trova nel **2° post di Real Climate** citato in fondo).

Esemplificativo appare il fenomeno della saturazione atmosferica, ossia del fatto che, in assenza di corrette ipotesi, può apparire lecito credere che l'assorbimento di radiazione infrarossa da parte dell'atmosfera terrestre non possa superare certi valori; conseguentemente potrebbe apparire lecito supporre che l'idea che la CO₂ e altri gas serra *in aumento* controllino l'assorbimento di calore non sia valida.

Il primo a fare questa obiezione fu Knut Ångström (fisico svedese, figlio di un altro fisico, altrettanto famoso)^a al cui cognome fa riferimento l'unità di misura delle lunghezze atomiche.

L'obiezione di Ångström, fisico eccellente, ebbe un peso notevole, rendendo più difficile l'accettazione dell'idea di Eunice Newton Foote (1856), che per prima aveva ipotizzato l'importanza dell'assorbimento infrarosso (anni fa provai a riprodurre il suo esperimento ma senza riuscirci, si veda a questo riguardo **il recente libro di Gianfranco Pacchioni**, l'esperimento non era probabilmente ben definito). L'idea della Foote fu ripresa da due pesi massimi

^aK. Ångström, Ueber die Bedeutung des Wasserdampfes und der Kohlensäure bei der Absorption der Erdatmosphäre (On the importance of water vapor and carbonic acid in the absorption of Earth's atmosphere), *Ann. Phys.*, 1900, **308**, 720, <https://doi.org/10.1002/andp.19003081208>. La polemica si può seguire anche consultando l'articolo in inglese <https://journals.ametsoc.org/view/journals/clim/33/9/jcli-d-19-0193.1.xml>



della scienza ottocentesca: il fisico anglo-irlandese John Tyndall, che misurò per primo esattamente l'assorbimento scoperto da Foote (si veda **qui** un racconto dettagliato), stupendosi del ruolo notevole che piccole quantità di CO₂ (insieme con il vapore acqueo) avevano sull'assorbimento della 'radiazione oscura', l'antico nome dell'IR, e poi dal celebre lavoro di Svante Arrhenius nel 1896 (40 anni dopo Foote), che consacrò il ruolo riscaldante dei gas serra per la superficie terrestre. Come scrissi già in un **precedente post**: "Il primo lavoro che ha sospettato questo processo (l'importanza dell'aumento di CO₂ in atmosfera) non è quello più famoso di Arrhenius, ma quello di Arvid Högbom, un geochimico svedese che lo ispirò"; in una lezione del 1893 in seno alla Stockholm Högskola dedicata ai principali meccanismi di accumulo di CO₂ in atmosfera, ampiamente accreditata come l'evento ispiratore di Arrhenius, Högbom enumera tra i processi sorgente il vulcanismo, il rilascio di CO₂ disciolta negli oceani e la combustione e la decomposizione di materia organica. Nella combustione, Högbom cita chiaramente l'utilizzo di carbone per le attività umane.

Nel 1894 egli scriveva^b (in svedese, così che l'idea rimase confinata, ma fu raccolta da Arrhenius che immaginò, per primo, che l'effetto finale di queste gigantesche emissioni sarebbe stata l'aumento della temperatura terrestre...): "L'attuale produzione globale di carbon fossile è in cifre tonde di 500 milioni di tonnellate all'anno, o 1 tonnellata per km² di superficie terrestre. Trasformata in CO₂ questa quantità di carbone rappresenta circa la millesima parte della CO₂ totale dell'aria".

Il lavoro di Högbom implicava emissioni globali di CO₂ dalla combustione del carbone di circa 1,8 GtCO₂ nel 1890. Nonostante fosse chiaramente piuttosto approssimativo, questo primo sforzo era notevolmente vicino alla stima contemporanea delle emissioni da carbone all'epoca, circa 1,3 GtCO₂.

A fronte delle solide basi geofisiche e chimiche poste da Foote/Tyndall, e poi da Hogbom e Arrhenius, **un articolo di Ångström** fu accolto **molto favorevolmente**: ad esempio "In esso, basandosi su ricer-

che inedite del Dr. J. Koch a Uppsala, sull'assorbimento di radiazioni emesse da sorgenti di calore a diverse temperature da parte di vari spessori di gas, il prof. Ångström determina approssimativamente l'influenza di uno strato diossido di carbonio gassoso di 30 centimetri di spessore e sotto una pressione di 750 millimetri, che assorbe la radiazione di un corpo nero a 100 °C di temperatura e trova che è di circa il 10 per cento e che non cambia più di tanto, non più di quattro decimi dell'uno per cento della radiazione originale quando la pressione viene ridotta a 520 millimetri. Egli deduce, quindi, che uno strato così spesso da essere equivalente a quello contenuto nell'atmosfera terrestre assorbirà circa il 16% della radiazione terrestre e che questo assorbimento varierà di pochissimo con qualsiasi variazione della proporzione di gas diossido di carbonio nell'aria".

Questa la famosa 'obiezione di Ångström', ripetuta talvolta più o meno maldestramente e con più o meno cognizione di causa, da chi ancora oggi cerca di appigliarsi a qualunque cosa pur di non guardare in faccia dati, scienza e modelli e il consenso scientifico sul riscaldamento globale antropogenico. Ma come stanno le cose visto che oggi ne sappiamo molto più di quanto non ne sapesse Ångström e considerato quanto la fisica e la chimica sono avanzate dai primi del Novecento?

Anzitutto Koch usò una sorgente a 100 °C, poi usò un gas alla pressione di 1 atmosfera e senza gli effettivi componenti dell'atmosfera. Tali diverse condizioni iniziali modificano il risultato finale in modo significativo: il coefficiente di assorbimento nel complesso tende a diminuire linearmente con la pressione ed in modo diverso se usiamo un gas della medesima composizione o con i componenti effettivi dell'atmosfera. Trasferendo i risultati di Koch su un grafico che esprime la nostra attuale conoscenza delle cose troviamo il risultato riportato in Fig. 1 (i due punti rossi sono i risultati di Koch). Come si vede, mentre l'effetto di variazione della concentrazione del gas serra è notevole, Koch misura due punti molto vicini e fraintende completamente il risultato. Non c'è affatto assorbimento completo ed esso varia significa-

^b"On the probability of secular changes in the level of atmospheric CO₂" (original title: "Om sannolikheten för sekulära förändringar i atmosfärens kolsyrehalt") pubblicato nel 1894 in *Svensk Kemisk Tidskrift* (Swedish Chemistry Journal). Per un'analisi accurata di questo si veda <https://folk.universitetetioslo.no/roberan/t/EarlyEstimates1.shtml>

^cIl lavoro del 1894 di Arvid Högbom segue una sua lezione del 1893, cui partecipò anche Arrhenius come uditore. È la lezione dell'ispirazione di Arrhenius all'applicazione dei processi superficiali di emissione della CO₂ all'incremento della temperatura terrestre. La lezione si intitola, in svedese, Naturens varmeshushallning: a seconda di come si interpreta il secondo termine, abbiamo "Immagazzinamento di calore nella natura" oppure "processo della serra della natura". Ringrazio Gianluca Lentini (Polimi) per questa nota.

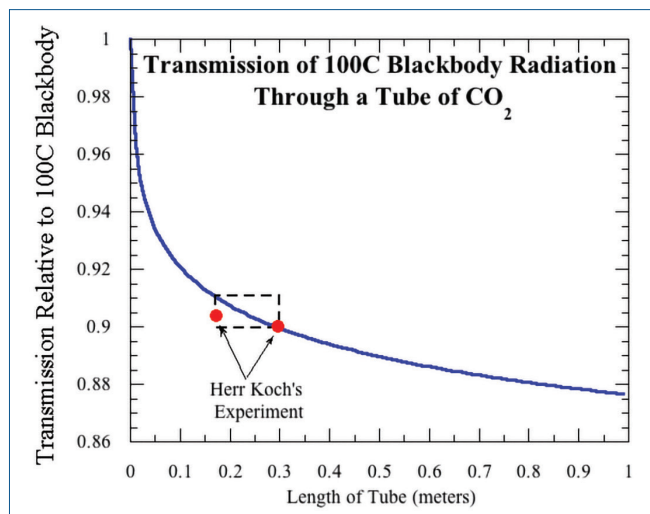


Fig. 1 - Grafico da [Il post di RealClimate](#). In sostanza, Koch ritiene trascurabile un effetto che trascurabile non è, nell'atmosfera reale e anche nel suo stesso esperimento, ricalcando l'idea di Ångström di un effetto di saturazione nella capacità dell'atmosfera di incamerare radiazione IR attraverso i propri gas serra, e nello specifico attraverso la CO₂ antropogenica

tivamente con lo spessore. Lo spessore equivalente dell'atmosfera in termini di gas serra sarebbe dell'ordine di 1,25 metri.

Ci dà ragione del perché l'obiezione di Ångström e Koch sia ormai ampiamente superata anche il fenomeno della risonanza di Fermi e del suo ruolo nello spettro infrarosso della CO₂. La risonanza è un fenomeno intrigante e misterioso già in meccanica classica e i suoi meccanismi vengono studiati ancora oggi: un esempio [nel bel filmato illustrativo](#) 'Pendoli risonanti'. Attaccando due pendoli ad un filo (a sua volta sospeso "a catenaria", non tirato rigidamente) i due pendoli *a certe condizioni* entreranno in risonanza

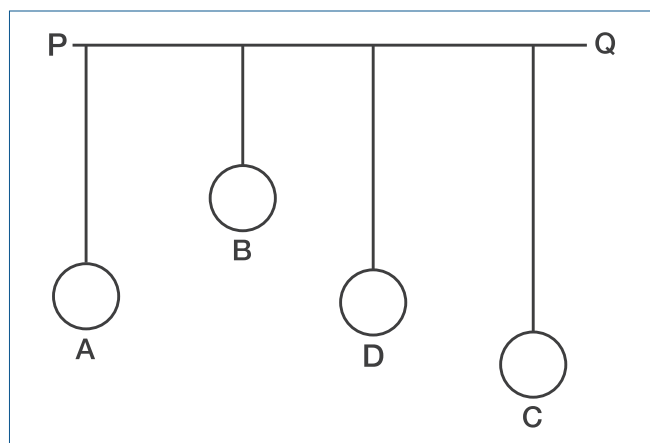


Fig. 2 - La corda PQ è tesa ma non perfettamente rigida (ha genericamente forma di catenaria); i pendoli A e D entrano in risonanza mentre B e C no

ossia si influenzeranno reciprocamente, si scambieranno energia. Le condizioni sono 1) che esista un legame fisico (la sospensione a catenaria) e 2) la lunghezza dei pendoli. Se i pendoli sono sospesi ad un filo molto rigido o sono di lunghezze molto diverse il fenomeno non si verificherà affatto (Fig. 2).

In meccanica quantistica, sviluppata a partire dai lavori di Max Planck e Albert Einstein dei primissimi anni del Novecento, ha luogo un fenomeno analogo, con condizioni specifiche ovviamente diverse. I sistemi quanto-meccanici sono descritti da funzioni d'onda, sono dunque intrinsecamente oscillanti e i processi che si svolgono a livello molecolare (nella CO₂ o in qualunque altra molecola), come le vibrazioni o le emissioni elettroniche, possono con ottima approssimazione essere assimilati al fenomeno dei pendoli, collegati attraverso la struttura della molecola. È lecito attendersi, quindi, interazioni fra questi processi di oscillazione che sono, *in particolare*, le vibrazioni molecolari, tra i processi che assorbono ed emettono energia, particolarmente interessanti, dato che il loro livello di energia corrisponde alle radiazioni infrarosse.

La risonanza di Fermi è un fenomeno per il quale due diverse frequenze di oscillazione (nel nostro caso nel campo dell'IR), possono interagire e scambiarsi energia di assorbimento.

La risonanza di Fermi provoca la divisione di due bande vibrazionali che hanno quasi la stessa energia e simmetria sia nelle spettroscopie IR sia in quelle Raman. Le funzioni d'onda delle due vibrazioni risonanti si mescolano (secondo l'approssimazione

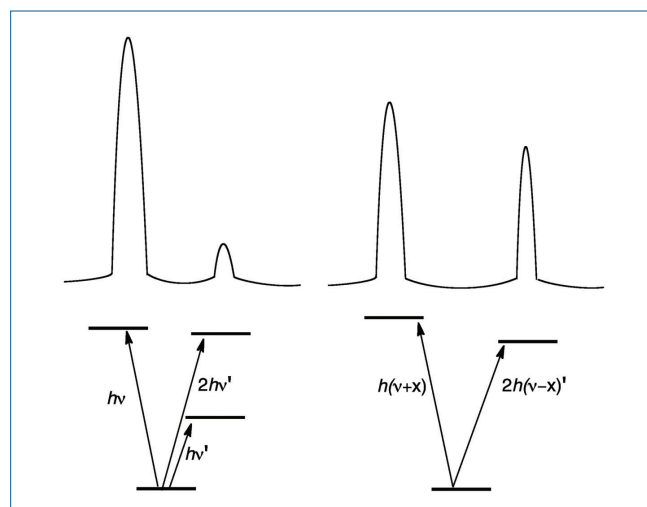


Fig. 3 - Schema di un modo normale di vibrazione e di un sovratono prima e dopo la risonanza di Fermi. In basso lo schema dei livelli energetici (da Wikipedia)



Per approfondire

Con riferimento all'immagine di Fig. 4: due diverse frequenze di oscillazione possono interagire e scambiarsi energia di assorbimento se i sovratoni (ossia gli stati eccitati) di una hanno un'energia che coincide con la frequenza base di un'altra; nel nostro caso le due frequenze interessate sono quella a 7,5 mm (1337 cm^{-1} , lo stretching o stiramento simmetrico, in genere debole a causa della sua simmetria elettrica, che non fa variare il momento dipolare, il che gli impedisce di assorbire bene), qui indicata come ν_1 , e il primo sovratono di quella a 15 mm (667 cm^{-1} , dunque con primo sovratono a 1334 cm^{-1} , il doppio di frequenza ed energia, questo è il bending (deformazione) simmetrico o *scissoring*) indicata come ν_2 ; le due frequenze e, dunque, le loro energie diventano molto vicine ed interagiscono, essendo sulla medesima molecola e con simmetrie compatibili.

Quanto sopra viene riportato in un classico della spettroscopia (*Symmetry and spectroscopy* di Harris e Bertolucci, pag. 167, vedi Fig. 5) e vi lascio il tono e la battuta finale in inglese.

La prima parte esprime quanto visto sopra; la seconda parte la traduco per comodità: *Questo mescolamento, chiamato risonanza di Fermi, ha due effetti: (1) il sovratono può guadagnare intensità dalla vicina fondamentale della stessa simmetria; e (2) entrambi i livelli energetici sono spostati l'uno dall'altro. Invece di osservare una banda forte a 1337 cm^{-1} e una banda debole a 1334 cm^{-1} , nello spettro Raman si osservano due bande forti a 1388 e 1286 cm^{-1} . Naturalmente lo spettro non si presen-*

ta dicendo: "Guardate questa meravigliosa risonanza di Fermi!". L'interpretazione delle due bande forti è proprio questa: un'interpretazione. Questi trabocchetti nella spettroscopia sono comuni".

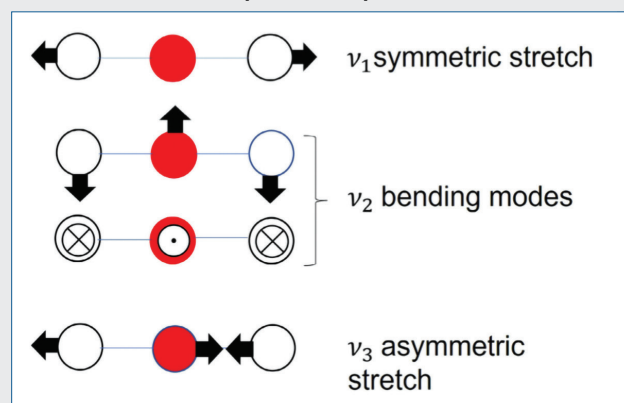


Fig. 4 - Questa è la fig. 1 del lavoro citato. Schema dei modi fondamentali di vibrazione della CO_2 . Il primo e il terzo sono di stiramento simmetrico ed asimmetrico mentre il secondo, la deformazione, può aversi in due modalità una nel piano del foglio ed una perpendicolarmente ad esso

Although overtones and combination bands are generally much less intense than fundamental transitions, an "intensity borrowing" mechanism is possible which can add intensity to otherwise weak absorptions. In CO_2 , for example (Fig 3-33), ν_1 (σ_g^+) should be found at 1337 cm^{-1} and ν_2 (π_u) occurs at 667 cm^{-1} . The first overtone of ν_2 , with symmetry species $\sigma_g^+ + \delta_g$ (by use of Appendix C) is expected near $2 \times 667 = 1334\text{ cm}^{-1}$. However, quantum mechanics allows a "mixing" of the two σ_g^+ states expected at 1337 (ν_1) and 1334 ($2\nu_2$) cm^{-1} . This mixing, called *Fermi resonance*, has two effects: (1) The overtone can gain intensity from the nearby fundamental of the same symmetry; and (2) both energy levels are shifted away from each other. Instead of observing a strong band at 1337 cm^{-1} and a weak band at 1334 cm^{-1} , two strong bands are observed in the Raman spectrum at 1388 and 1286 cm^{-1} . Of course the spectrum does not run up to you and say, "Look at this marvelous Fermi resonance!" The interpretation of the two strong bands is just that—interpretation. Such pitfalls in spectroscopy are commonplace.

Fig. 5

dell'oscillatore armonico) e il risultato è uno spostamento di frequenza e un cambiamento di intensità nello spettro elettromagnetico. Di conseguenza, nello spettro si osservano due bande forti, invece delle bande, una forte e una debole, previste, in sostanza con un'amplificazione dell'effetto delle singole bande (Fig. 3). Non è possibile determinare il contributo di ciascuna vibrazione a causa della risultante funzione d'onda mista. Se i requisiti di simmetria sono soddisfatti e le energie dei due stati sono simili, avviene la miscelazione **e le modalità risultanti possono essere descritte da una combinazione lineare delle due modalità intergenti.**

La risonanza di Fermi, particolarmente significativa in sistemi come le aldeidi, l'acqua o il grafene, è fon-

damentale per ottenere informazioni sulle proprietà strutturali e dinamiche delle molecole in vari ambienti, interpretando con precisione i dati della spettroscopia vibrazionale. Il fenomeno gioca un ruolo fondamentale nel chiarire le interazioni di legame a idrogeno, come quelle osservate nei gruppi funzionali carbonilici e nitrilici, e nello spiegare i picchi anomali negli spettri Raman, come quelli osservati nel grafene con nanoparticelle di cromo. Un approfondimento potete trovarlo nel riquadro.

L'argomento di cui parliamo è stato ripreso di recente nel lavoro di **Shine e Perry**, in cui gli autori, dopo una presentazione generale degli aspetti spettroscopici che abbiamo discusso, fanno i calcoli di assorbimento riga per riga negli intervalli di interesse per la CO_2 .

FIGURE 5 Radiative forcing (in $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot (\text{cm}^{-1})^{-1}$) in each 10 cm^{-1} band for an increase in CO_2 mole fraction from 410 to 820 ppm. In each frame the bold dashed line shows the total forcing when all vibrational bands of all CO_2 isotopologues are included. (a) Forcing from the fundamental ν_2 band (solid line) and when ν_2 hot bands (dashed) of $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ are added. (b) Forcing when the first (solid line) and second Fermi (dashed) bands of $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ are added. (c) Forcing when the Fermi-Fermi bands (solid line) of $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ are added. (d) Forcing when all $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$ bands (solid line) are added.

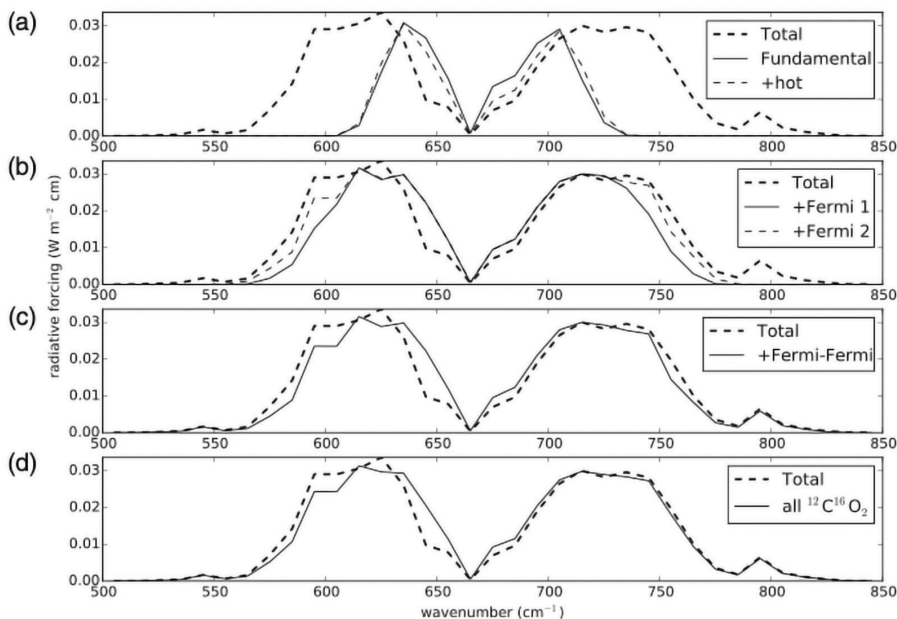


Fig. 6 - La figura (è anche la 5 dell'articolo citato) mostra come aumenti il forcing radiativo della CO_2 man mano che si aggiungono le risonanze di Fermi possibili nella molecola. La linea tratteggiata definita Total e corrispondente al risultato finale è presente in ogni figura come confronto

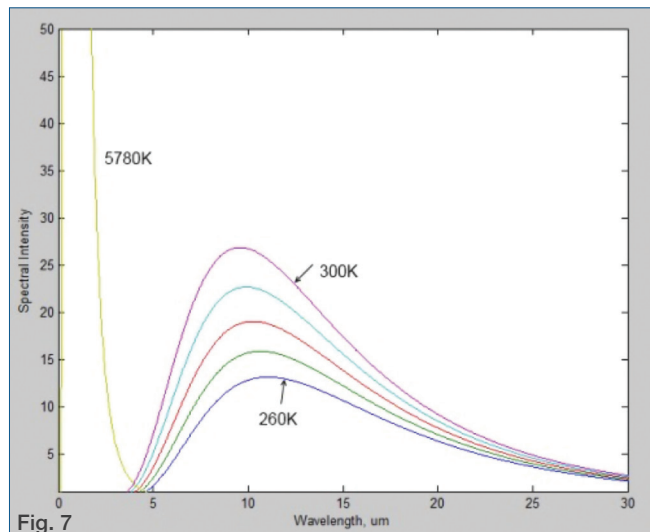
Cerchiamo di spiegare con maggiore dettaglio questo punto.

L'abstract dell'articolo citato ne riassume il senso (vedi anche Fig. 6): *Questo articolo presenta un'analisi dei calcoli di trasferimento radiativo che quantificano il ruolo di diverse transizioni vibrazionali e illustra che, mentre il modo fondamentale di piegatura contribuisce a quasi il 90% dell'intensità totale dell'infrarosso, contribuisce a meno della metà della forzante radiativa (RF) alle attuali concentrazioni di CO_2 ; ciò è dovuto al fatto che l'assorbimento al centro di questa banda fondamentale è così intenso che l'effetto della CO_2 aggiuntiva è fortemente attenuato. Aggiungendo successivamente altre bande di CO_2 ai calcoli, si dimostra che un fenomeno spettroscopico chiave, noto come risonanza di Fermi (un'interazione tra gli stati eccitati dei modi di flessione e di stiramento simmetrico della CO_2), porta a una diffusione significativa dell'intensità dell'infrarosso a numeri d'onda più alti e più bassi, dove il modo di flessione fondamentale è meno importante. Le transizioni di risonanza di Fermi contribuiscono solo al 4% circa dell'intensità totale dell'infrarosso in questa regione spettrale, ma causano più della metà dell'attuale*

forzante radiativa. Gli isotopologi meno abbondanti della CO_2 hanno un impatto minimo sulla RF integrata nello spettro, ma questo piccolo contributo deriva da una compensazione tra contributi positivi e negativi più significativi alla RF spettrale. Questo lavoro non altera i risultati dei calcoli dettagliati della RF disponibili in letteratura; piuttosto, aiuta a spiegare le basi fisiche di tale forzatura (il termine isotopologi usato nel testo si riferisce a quelle molecole di CO_2 , in cui gli atomi non sono gli isotopi più abbondanti). È questa specifica risonanza nella molecola di CO_2 a impedire ogni tipo di 'saturazione' della stessa ai pacchetti energetici IR provenienti dal suolo, e ad amplificare la risposta radiativa della CO_2 in atmosfera, con conseguente riscaldamento al suolo.

L'effetto è stato anche presentato nella letteratura divulgativa, spesso con grossolani errori; per esempio in un [sito meteo](#), si ripete più volte un errore pacchiano, ossia che l'emissione infrarossa assorbita dalla CO_2 provenga dal Sole; in realtà l'emissione infrarossa assorbita dalla CO_2 proviene dalla Terra, che nelle vicinanze del pianeta è il principale emettitore infrarosso, molto più potente del Sole; se prendiamo come riferimento lo strato superiore dell'at-

^dE. Fermi, Über den Ramaneffekt des Kohlendioxyds, *Z. Physik*, 1931, **71**, 250, <https://doi.org/10.1007/BF01341712> disponibile sul sito dell'Accademia dei Lincei con le opere di Fermi: <http://operedigitali.lincei.it/Fermi/>; Titolo: Informazioni sull'effetto Raman dell'anidride carbonica Riasunto: Lo spettro Raman della CO_2 è spiegato teoricamente; è dimostrato che la comparsa di due linee Raman, laddove secondo il modello della molecola di CO_2 ci si aspetterebbe solo una, può essere attribuita a una quasi-degenerazione casuale di due livelli di vibrazione (*traduzione dell'A.*)



mosfera (il cosiddetto TOA, Top of Atmosphere, lo strato atmosferico più alto dove c'è un bilancio radiativo fra l'energia solare entrante e quella uscente) avremo *approssimativamente* l'andamento riportato in Fig. 7 alle varie lunghezze d'onda: il Sole domina sotto 5 micron e la Terra sopra (nella Fig. 7 il calcolo è esemplificato dalle curve di corpo nero a diverse temperature).

In conclusione l'argomento della risonanza di Fermi non è affatto nuovo, ma è estremamente significativo, pur essendo sconosciuto agli stessi climatologi, che lo illustrano applicandolo alla CO_2 , come "una scoperta" meritevole di nuovi lavori; in realtà Fermi lo illustrò nel 1931^o proprio usando come esempio il medesimo gas, gli studenti di chimica lo studiano in ogni esame di spettroscopia o di chimica analitica strumentale applicato a varie specie organiche, Tuttavia il contatto fra chimici e climatologi è a volte scarso, come succede spesso nella ultraspecializzata e ultrasellettiva scienza basata sul merito numerico oggi, per cui la sua applicazione al bilancio radiativo dell'atmosfera, già presente in ogni programma di calcolo serio, non appare espli-

Quantum Mechanics and Global Warming

Global warming arises from the increased concentration of greenhouse gases particularly carbon dioxide; many people marvel at how a few hundred ppm of the gas can do so much. We discuss again here the saturation of IR absorption and, new, the role of Fermi resonance, which chemists are familiar with for its analytical role. These are old phenomena but analysed under a new light.

citamente e quindi capirlo ed usarlo esplicitamente sembra una novità. Speriamo serva ad evitare gli assurdi commenti dei "battagliacci" di turno. Ahimè.

Ringraziamenti

Ringrazio per gli utili suggerimenti Gianluca Lentini (UniMi), Marina Vitullo (ISPRA) e Laura Tositti (UniBo)

Ulteriori lavori e siti consultati oltre quelli citati

- [1] <https://www.realclimate.org/index.php/archives/2007/06/a-saturated-gassy-argument/>
- [2] <https://www.realclimate.org/index.php/archives/2007/06/a-saturated-gassy-argument-part-ii/>
- [3] <https://www.climalteranti.it/2010/10/31/il-primo-scettico-del-riscaldamento-globale/>
- [4] K. Nakamoto Infrared and Raman Spectra of Inorganic and Coordination Compounds, Wiley, 2009, p. 58: *Inoltre, sorge una difficoltà pratica nel determinare il numero di fondamentali dallo spettro osservato, poiché le intensità delle bande di overtone e di combinazione sono talvolta paragonabili a quelle delle fondamentali quando appaiono come bande satellite della fondamentale. Ciò è particolarmente vero quando le bande di sovratono e di combinazione sono potenziate in modo anomalo dalla risonanza di Fermi (degenerazione accidentale). Ad esempio, la frequenza del primo sovratono della vibrazione ν_2 della CO_2 (667 cm^{-1}) è molto vicina a quella della vibrazione ν_1 (1337 cm^{-1}). Poiché queste due vibrazioni appartengono alla stessa specie di simmetria..., interagiscono tra loro e danno origine a due forti linee Raman a 1388 e 1286 cm^{-1} . Risonanze di Fermi simili a quella osservata per il CO_2 possono verificarsi per diverse altre molecole.*
- [5] [https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Supplemental_Modules_\(Physical_and_Theoretical_Chemistry\)/Spectroscopy/Vibrational_Spectroscopy/Vibrational_Modes/Combination_Bands_Overtones_and_Fermi_Resonances](https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Supplemental_Modules_(Physical_and_Theoretical_Chemistry)/Spectroscopy/Vibrational_Spectroscopy/Vibrational_Modes/Combination_Bands_Overtones_and_Fermi_Resonances)
- [6] <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2023QJRMS.149.1856S/abstract>
- [7] Möller, Detlev. Chemistry of the climate system 2010 Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin/ New York p. 338 e sgg